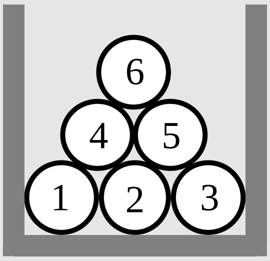
Universidad de Cantabria

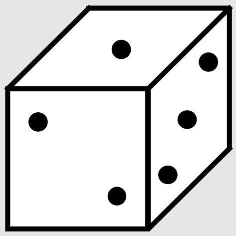
# SIMULACION




Urna 1

⇒

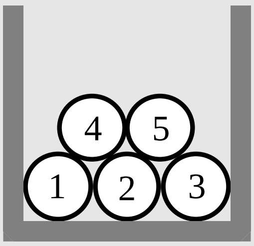
| $x$ | $p(x)$ |
|---|---|
| 1 | 1/6 |
| 2 | 1/6 |
| 3 | 1/6 |
| 4 | 1/6 |
| 5 | 1/6 |
| 6 | 1/6 |



Dado

⇒

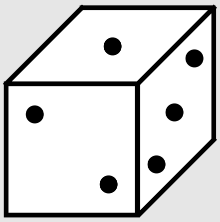
| $x$ | $h(x)$ |
|---|---|
| 1 | 1/6 |
| 2 | 1/6 |
| 3 | 1/6 |
| 4 | 1/6 |
| 5 | 1/6 |
| 6 | 1/6 |




Urna 2

⇒

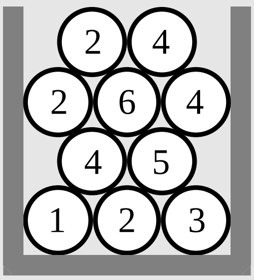
| $x$ | $p(x)$ |
|---|---|
| 1 | 0.2 |
| 2 | 0.2 |
| 3 | 0.2 |
| 4 | 0.2 |
| 5 | 0.2 |
| 6 | 0.0 |



Dado

⇒

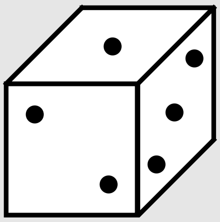
| $x$ | $h(x)$ | $s(x)$ |
|---|---|---|
| 1 | 1/6 | 1.2 |
| 2 | 1/6 | 1.2 |
| 3 | 1/6 | 1.2 |
| 4 | 1/6 | 1.2 |
| 5 | 1/6 | 1.2 |
| 6 | 1/6 | 0.0 |




Urna 3

⇒

| $x$ | $p(x)$ |
|---|---|
| 1 | 0.1 |
| 2 | 0.3 |
| 3 | 0.1 |
| 4 | 0.3 |
| 5 | 0.1 |
| 6 | 0.1 |



Dado

⇒

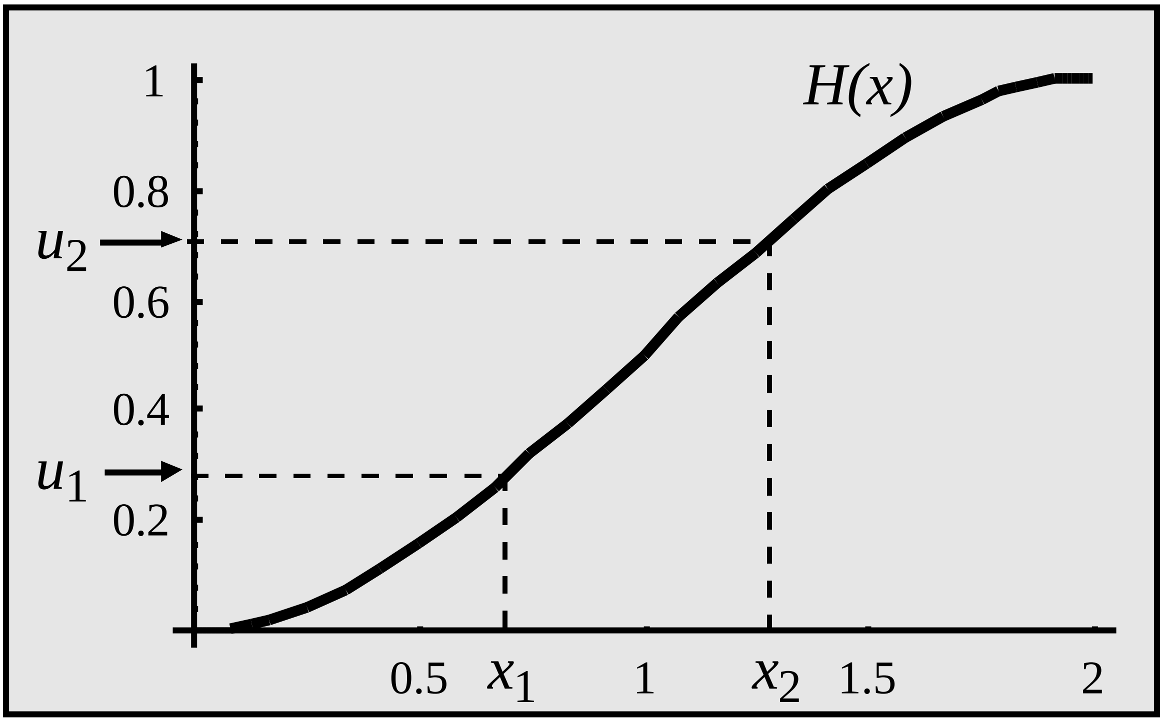
| $x$ | $h(x)$ | $s(x)$ |
|---|---|---|
| 1 | 1/6 | 0.6 |
| 2 | 1/6 | 1.8 |
| 3 | 1/6 | 0.6 |
| 4 | 1/6 | 1.8 |
| 5 | 1/6 | 0.6 |
| 6 | 1/6 | 0.6 |

## SIMULACION A PARTIR DE LA FUNCION DE DISTRIBUCION

Para generar una muestra de una función de densidad $h(x)$, se calcula la función de distribución,

$$H(x) = p(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} h(x)dx.$$

Seguidamente, se genera una sucesión de números aleatorios $\{u_1, \ldots, u_N\}$ de una distribución uniforme $U(0, 1)$ y se obtienen los valores correspondientes $\{x_1, \ldots, x_N\}$ mediante $x_i = H^{-1}(u_i)$, donde $H^{-1}(u_i)$ es la inversa de la función de distribución.



## ALGORITMO

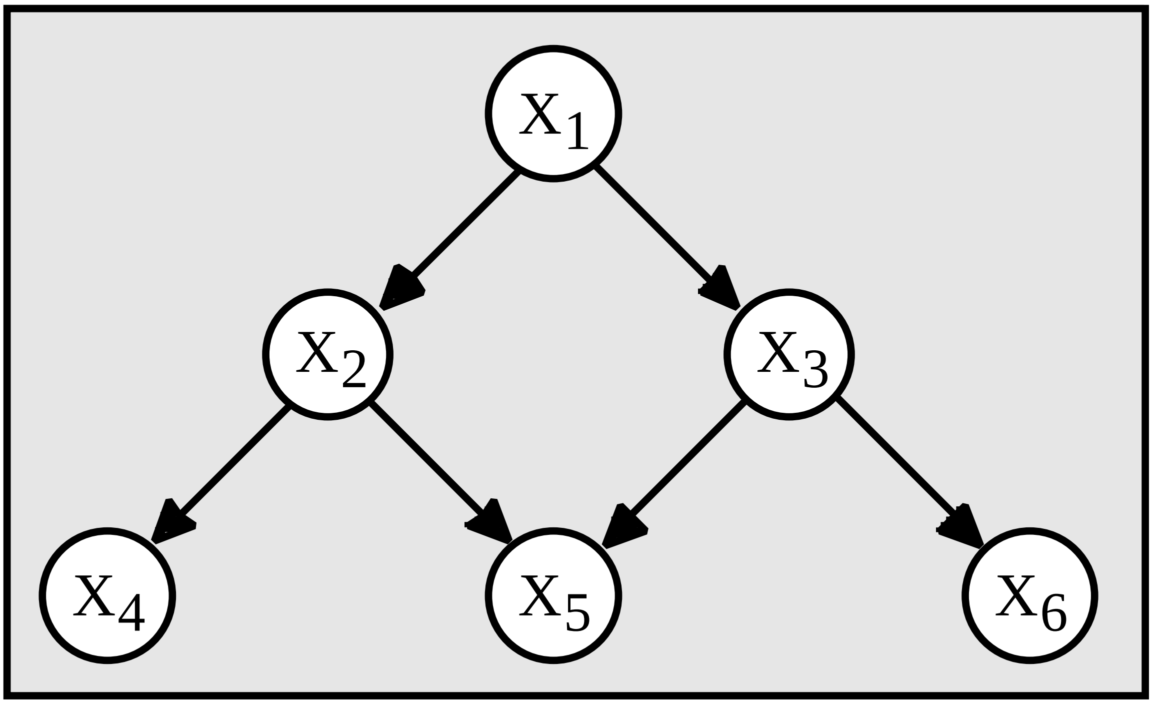
- **Datos:** Las funciones de probabilidad real $p(x)$ y la de simulación $h(x)$, el tamaño de la muestra $N$, y un subconjunto $Y \subset X$.
- **Resultados:** Una aproximación de $p(y)$ para todo valor posible $y$ de $Y$.

1. Para j = 1 a N
   - Generar $x^j = (x_1^j, \ldots, x_n^j)$ usando $h(x)$.
   - Calcular $s(x^j) = \dfrac{p(x^j)}{h(x^j)}$.
2. Tras obtener una muestra de tamaño $N$, y disponer de las realizaciones, $x^j = \{x_1^j, \ldots, x_n^j\}$, $j = 1, \ldots, N$, la probabilidad condicional de cualquier subconjunto $Y \subset X$ dada la evidencia $E = e$ se estima por la suma normalizada de los pesos de todas las realizaciones en las que ocurre $y$, es decir

$$p(y) \approx \frac{\sum_{y \in x^j} s(x^j)}{\sum_{j=1}^{N} s(x^j)}. \tag{1}$$

Universidad de Cantabria

## EJEMPLO DE RED BAYESIANA



Universidad de Cantabria

## EJEMPLO DE RED BAYESIANA

| $x_1$ | $x_2$ | $p(x_2\|x_1)$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0.4 |
| 0 | 1 | 0.6 |
| 1 | 0 | 0.1 |
| 1 | 1 | 0.9 |

| $x_1$ | $x_3$ | $p(x_3\|x_1)$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0.2 |
| 0 | 1 | 0.8 |
| 1 | 0 | 0.5 |
| 1 | 1 | 0.5 |

| $x_2$ | $x_4$ | $p(x_4\|x_2)$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0.3 |
| 0 | 1 | 0.7 |
| 1 | 0 | 0.2 |
| 1 | 1 | 0.8 |

| $x_3$ | $x_6$ | $p(x_6\|x_3)$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0.1 |
| 0 | 1 | 0.9 |
| 1 | 0 | 0.4 |
| 1 | 1 | 0.6 |

| $x_2$ | $x_3$ | $x_5$ | $p(x_5\|x_2, x_3)$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0.4 |
| 0 | 0 | 1 | 0.6 |
| 0 | 1 | 0 | 0.5 |
| 0 | 1 | 1 | 0.5 |
| 1 | 0 | 0 | 0.7 |
| 1 | 0 | 1 | 0.3 |
| 1 | 1 | 0 | 0.2 |
| 1 | 1 | 1 | 0.8 |

| $x_1$ | $p(x_1)$ |
|---|---|
| 0 | 0.3 |
| 1 | 0.7 |

## EJEMPLO DE RED BAYESIANA

| Realización $x^j$ | $p(x^j)$ | $h(x^j)$ | $s(x^j)$ |
|---|---|---|---|
| $x^1 = (0, 1, 1, 1, 0, 0)$ | 0.0092 | 1/64 | 0.5898 |
| $x^2 = (1, 1, 0, 1, 1, 0)$ | 0.0076 | 1/64 | 0.4838 |
| $x^3 = (0, 0, 1, 0, 0, 1)$ | 0.0086 | 1/64 | 0.5529 |
| $x^4 = (1, 0, 0, 1, 1, 0)$ | 0.0015 | 1/64 | 0.0941 |
| $x^5 = (1, 0, 0, 0, 1, 1)$ | 0.0057 | 1/64 | 0.3629 |

$$p(X_1 = 0) \approx \frac{s(x^1)+s(x^3)}{\sum_{i=1}^{5} s(x^i)} = \frac{0.5898 + 0.5529}{2.0835} = 0.5485$$

y

$$p(X_2 = 0) \approx \frac{s(x^3) + s(x^4) + s(x^5)}{\sum_{i=1}^{5} s(x^i)} = \frac{0.5529 + 0.0941 + 0.3629}{2.0835} = 0.4847.$$

Estos valores se obtienen porque $X_1 = 0$ aparece en las realizaciones $x^1$ y $x^3$, mientras que $X_2 = 0$ aparece en las realizaciones $x^3$, $x^4$ y $x^5$. Las probabilidades condicionales para otras variables pueden calcularse de forma análoga.

Universidad de Cantabria

## CALCULO DE PESOS

Un caso interesante es el caso en que:

$$p(x) = \prod_{i=1}^{n} p(x_i|s_i) \tag{2}$$

$$h(x) = \prod_{i=1}^{n} h(x_i|s_i), \tag{3}$$

donde $S_i \subset X$ es un subconjunto de variables y $h(x_i)$ es la distribución simulada del nodo $X_i$. En esta situación, el peso es

$$s(x) = \frac{p(x)}{h(x)} = \prod_{i=1}^{n} \frac{p(x_i|s_i)}{h(x_i|s_i)} = \prod_{i=1}^{n} s(x_i|s_i). \tag{4}$$

Cuando se sabe que un conjunto de nodos evidencial $E$ toma los valores $E = e$, resulta

$$p_e(x) \propto \prod_{i=1}^{n} p_e(x_i|\pi_i), \tag{5}$$

donde

$$p_e(x_i|\pi_i) = \begin{cases} p(x_i|\pi_i), & \text{si } x_i \text{ y } \pi_i \text{ consistentes con } e, \\ 0, & \text{en otro caso,} \end{cases} \tag{6}$$

es decir, $p_e(x_i|\pi_i) = 0$ si $X_i$ o alguno de sus padres son inconsistentes con la evidencia, en otro caso $p_e(x_i|\pi_i) = p(x_i|\pi_i)$.

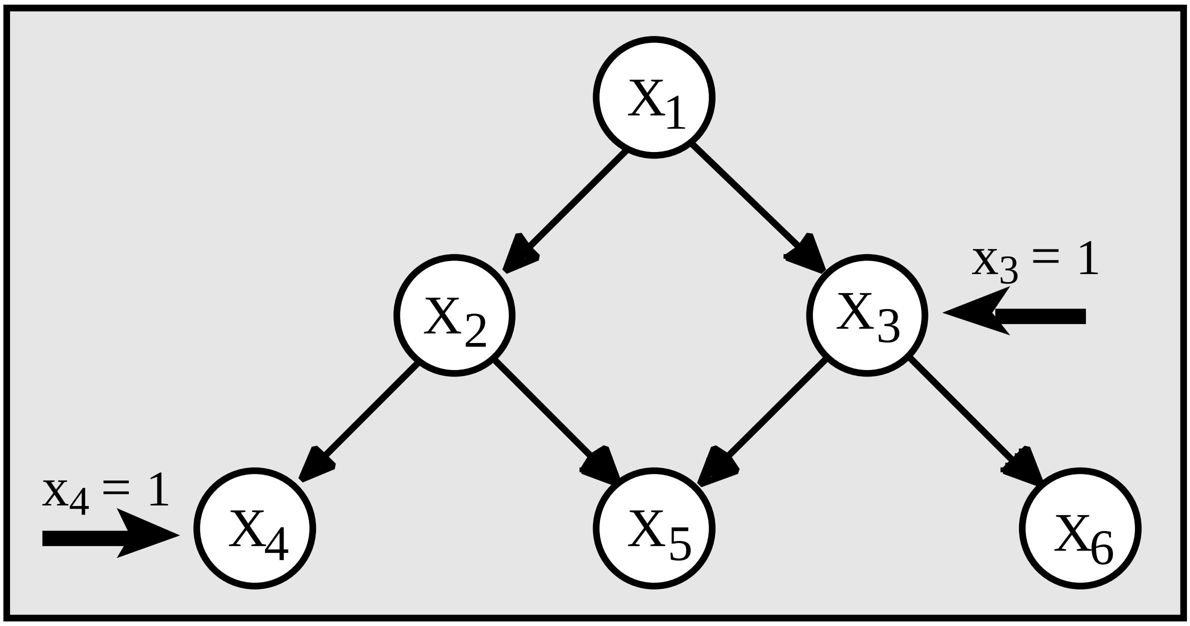
Universidad de Cantabria

## METODOS DE SIMULACION

- **El método de aceptación-rechazo.**
- **El método del muestreo uniforme.**
- **El método de la función de verosimilitud pesante.**
- **El método de muestreo hacia adelante y hacia atrás.**
- **El método del muestreo de Markov.**
- **El método del muestreo sistemático.**
- **El método de la búsqueda de la probabilidad máxima.**

Universidad de Cantabria

## EJEMPLO DE RED BAYESIANA



Universidad de Cantabria

# EJEMPLO DE RED BAYESIANA

| $x_1$ | $x_2$ | $p(x_2\|x_1)$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0.4 |
| 0 | 1 | 0.6 |
| 1 | 0 | 0.1 |
| 1 | 1 | 0.9 |

| $x_1$ | $x_3$ | $p(x_3\|x_1)$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0.2 |
| 0 | 1 | 0.8 |
| 1 | 0 | 0.5 |
| 1 | 1 | 0.5 |

| $x_2$ | $x_4$ | $p(x_4\|x_2)$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0.3 |
| 0 | 1 | 0.7 |
| 1 | 0 | 0.2 |
| 1 | 1 | 0.8 |

| $x_3$ | $x_6$ | $p(x_6\|x_3)$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0.1 |
| 0 | 1 | 0.9 |
| 1 | 0 | 0.4 |
| 1 | 1 | 0.6 |

| $x_2$ | $x_3$ | $x_5$ | $p(x_5\|x_2, x_3)$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0.4 |
| 0 | 0 | 1 | 0.6 |
| 0 | 1 | 0 | 0.5 |
| 0 | 1 | 1 | 0.5 |
| 1 | 0 | 0 | 0.7 |
| 1 | 0 | 1 | 0.3 |
| 1 | 1 | 0 | 0.2 |
| 1 | 1 | 1 | 0.8 |

| $x_1$ | $p(x_1)$ |
|---|---|
| 0 | 0.3 |
| 1 | 0.7 |

## Distribución de simulación

$$h(x_i|\pi_i) = p(x_i|\pi_i), \; i \in \{1, \ldots, n\}. \tag{7}$$

## Condiciones

Deben simularse antes los padres que los hijos.

## Pesos

$$s(x) = \frac{p_e(x)}{h(x)} = \frac{\prod_{X_i \notin E} p_e(x_i|\pi_i) \prod_{X_i \in E} p_e(x_i|\pi_i)}{\prod_{X_i \notin E} p(x_i|\pi_i) \prod_{X_i \in E} p(x_i|\pi_i)}. \tag{8}$$

De (6) y (8), se deduce que

$$s(x) = \begin{cases} 1, & si\ x_i = e_i,\ para\ todo\ X_i \in E, \\ 0, & en\ otro\ caso. \end{cases} \tag{9}$$

Nótese que si $x_i \neq e_i$ para algún $X_i \in E$, entonces el peso es cero; por tanto, tan pronto como el valor simulado para los nodos evidenciales no coincida con el valor observado, se rechaza la muestra (peso cero).

Universidad de Cantabria

# EJEMPLO DEL METODO DE ACEPTACION-RECHAZO

1. Muestreo de la variable $X_1$: Se genera $x_1$ con $p(x_1)$. Supóngase que resulta $x_1^1 = 1$.
2. Muestreo de la variable $X_2$: Se simula $X_2$ con $p(X_2|X_1)$. Dada $X_1 = 1$, de la Tabla las probabilidades de que $X_2$ tome los valores 0 y 1 son $p(X_2 = 0|X_1 = 1) = 0.1$ y $p(X_2 = 1|X_1 = 1) = 0.9$. Supóngase que $x_2^1 = 0$.
3. Muestreo de la variable $X_3$: Se simula $X_3$ con $p(X_3|X_1)$. Dado $X_1 = 1$, de la Tabla $X_3$ toma los valores 0 y 1 con igual probabilidad. Si el valor resultante es 0, entonces se rechaza esta extracción porque no coincide con la evidencia $X_3 = 1$ y se comienza con la Etapa 1 de nuevo.
4. Muestreo de las variables $X_4, X_5, X_6$: la situación es similar a la de las etapas previas. Si el valor simulado del nodo $X_4$ no coincide con la evidencia $X_4 = 1$, se rechaza la muestra completa y se comienza de nuevo. Supóngase que se obtiene $x_5^1 = 1$ y $x_6^1 = 0$.

La extracción concluye con $(1, 0, 1, 1, 1, 0)$.

## Distribución de simulación

$$h(x_i) = \begin{cases} \dfrac{1}{card(X_i)}, & si\ X_i \notin E, \\ 1, & si\ X_i \in E\ y\ x_i = e_i, \\ 0, & en\ otro\ caso, \end{cases} \quad (10)$$

donde $card(X_i)$ denota la cardinalidad (número de posibles valores) de $X_i$.

## Condiciones

Pueden simularse los nodos en cualquier orden.

## Pesos

$$\begin{aligned} s(x) &= \frac{p_e(x)}{h(x)} \\ &= \frac{p_e(x)}{\prod\limits_{X_i \notin E} \dfrac{1}{card(X_i)} \prod\limits_{X_i \in E} 1} \propto p_e(x) = p(x), \end{aligned}$$

donde no es necesario considerar el factor $\prod_{X_i \notin E} card(X_i)$ puesto que es constante para todas las realizaciones.

Universidad de Cantabria

## EJEMPLO DEL METODO DEL MUESTREO UNIFORME

Para obtener una realización $x = (x_1, \ldots, x_6)$ de $X$, en primer lugar se asignan a las variables evidenciales sus correspondientes valores observados $x_3^1 = 1$ y $x_4^1 = 1$. Seguidamente, se selecciona una ordenación arbitraria para los nodos no evidenciales, por ejemplo, $(X_1, X_2, X_5, X_6)$ y se generan valores para cada una de estas variables al azar con idénticas probabilidades (0.5 y 0.5), puesto que en este caso la cardinalidad de los nodos es 2. Supóngase que en la primera extracción se obtienen los valores $x_1^1 = 0, x_2^1 = 1, x_5^1 = 0$ y $x_6^1 = 1$. Entonces, se calculan los pesos asociados a la realización

$$x^1 = (x_1^1, x_2^1, x_3^1, x_4^1, x_5^1, x_6^1) = (0, 1, 1, 1, 0, 1),$$

y las distribuciones de probabilidad condicionadas de la Tabla, resultando $s(x^1)$ igual a:

$$\begin{aligned} &p(x_1^1)p(x_2^1|x_1^1)p(x_3^1|x_1^1)p(x_4^1|x_2^1)p(x_5^1|x_2^1, x_3^1)p(x_6^1|x_3^1) \\ &\quad = 0.3 \times 0.6 \times 0.8 \times 0.8 \times 0.2 \times 0.6 = 0.0138. \end{aligned}$$

El proceso se repite hasta que se obtiene el número de realizaciones deseado.

## Distribución de simulación

$$h(x_i) = \begin{cases} p_e(x_i|\pi_i), & \text{si } X_i \notin E, \\ 1, & \text{si } X_i \in E \text{ y } x_i = e_i, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases} \tag{11}$$

## Condiciones

Deben simularse antes los padres que los hijos.

## Pesos

$$\begin{aligned} s(x) &= \frac{p_e(x)}{h(x)} \\ &= \prod_{X_i \notin E} \frac{p_e(x_i|\pi_i)}{p_e(x_i|\pi_i)} \prod_{X_i \in E} \frac{p_e(x_i|\pi_i)}{1} \\ &= \prod_{X_i \in E} p_e(x_i|\pi_i) = \prod_{X_i \in E} p(e_i|\pi_i). \end{aligned} \tag{12}$$

## EJEMPLO DEL METODO DE LA FUNCION DE VEROSIMILITUD PESANTE

**Step 1**: Se asigna a los nodos evidenciales sus valores: $x_3^1 = 1$ y $x_4^1 = 1$.
**Step 2**: Se simula $X_1$ con la $p(x_1)$ de la Tabla. Supóngase que el valor simulado para $X_1$ es $x_1^1 = 0$.
**Step 3**: Se simula $X_2$ con $p(x_2|X_1 = x_1^1) = p(x_2|X_1 = 0)$, es decir, se selecciona un cero con probabilidad 0.4 y un uno con probabilidad 0.6. Supóngase que se obtiene $x_2^1 = 1$.
**Step 4**: Se simula $X_5$ con $p(x_5|x_2^1, x_3^1) = p(x_5|X_2 = 1, X_3 = 1)$, que asigna una probabilidad 0.2 a cero y 0.8 a uno.
**Step 5**: Se simula $X_6$ con $p(x_6|x_3^1) = p(x_6|x_3 = 1)$, que asigna 0.4 a cero y 0.6 a uno. Supóngase que se obtiene $x_5^1 = 0$ y $x_6^1 = 1$.
**Step 6**: Se calcula el peso de la muestra obtenida $x^1 = (x_1^1, x_2^1, x_3^1, x_4^1, x_5^1, x_6^1) = (0, 1, 1, 1, 0, 1)$ que resulta ser

$$s(x^1) = p(x_3^1|x_1^1)p(x_4^1|x_2^1) = 0.8 \times 0.8 = 0.64.$$

Se repite el proceso hasta que se obtiene el número deseado de realizaciones.

# METODO DEL MUESTREO HACIA ADELANTE Y HACIA ATRAS

## Distribución de simulación

$$h(\pi_i^*) = \frac{p(x_i|\pi_i)}{\alpha_i}, \tag{13}$$

donde $\pi_i^*$ es el conjunto de los padres de $X_i$, con valores desconocidos y $\alpha_i = \sum_{x_j \in \pi_i^*} p(x_j|\pi_j)$.

## Condiciones

1. Un nodo debe ser simulado o evidencial antes de ser utilizado para muestrear hacia atrás,
2. Los predecesores de un nodo deben ser simulados antes de muestrear hacia adelante, y
3. Cada nodo debe ser o perteneciente a la ordenación o un ascendiente directo de un nodo que se utilice para muestrear hacia atrás.

## Pesos

$$\begin{aligned} s(x) &= \frac{p_e(x)}{h(x)} = \frac{p_e(x_i|\pi_i)}{\prod_{X_i \in B} \frac{p_e(x_i|\pi_i)}{\alpha_i} \prod_{X_i \in F} p_e(x_i|\pi_i)} \\ &= \prod_{X_i \notin B \cup F} p(x_i|\pi_i) \prod_{X_i \in B} \alpha_i, \end{aligned} \tag{14}$$

donde $B$ y $F$ son los nodos que se muestrean hacia adelante y hacia atrás, respectivamente.

## EJEMPLO DEL METODO DEL MUESTREO HACIA ADELANTE Y HACIA ATRAS

1. Se elige $\{X_4, X_2, X_5, X_6\}$ como ordenación válida, donde $X_4$ y $X_2$ se muestrean hacia atrás y $X_5$ y $X_6$, hacia adelante.
2. Se asigna a las variables evidenciales sus valores: $x_3^1 = x_4^1 = 1$.
3. Se muestrea hacia atrás $X_2$ con $p(x_4^1|x_2)$, es decir, $p(X_4 = x_4^1|X_2 = 0) = 0.7$ y $p(X_4 = x_4^1|X_2 = 1) = 0.8$, lo que conduce a $\alpha_4 = 1.5$, $h(X_2 = 0) = 0.7/1.5$ y $h(X_2 = 1) = 0.8/1.5$. Supóngase que $x_2^1 = 1$.
4. Se muestrea hacia atrás $X_1$ con $p(x_2^1|x_1)$ ($h(X_1 = 0) = 0.6/1.5$ y $h(X_1 = 1) = 0.9/1.5$). Supóngase que se obtiene $x_1^1 = 0$.
5. Se muestrea hacia adelante $X_5$ con $p(x_5|x_2^1, x_3^1)$. Supóngase que $x_5^1 = 0$.
6. Se muestrea hacia adelante $X_6$ con $p(x_6|x_3^1)$. Supóngase que $x_6^1 = 0$.

Se calcula el peso $s(x^1)$ de $x^1 = (0, 1, 1, 1, 0, 0)$:

$$p(x_1^1)p(x_3^1|x_1^1)\alpha_4\alpha_2 = 0.3 \times 0.8 \times 1.5 \times 1.5 = 0.54.$$

## Distribución de simulación

$$h(x_i) = p(x_i|x \setminus x_i) \propto p(x_i|\pi_i) \prod_{X_j \in C_i} p(x_j|\pi_j), \quad (15)$$

donde $C_i$ es el conjunto de hijos de $X_i$ y $X \setminus X_i$ denota todas las variables de $X$ que no están en $X_i$., que es la función de probabilidad de $X_i$ condicionada a todas las demás.

## Condiciones

Inicialmente, se genera una realización aleatoriamente, bien eligiendo al azar entre todas las posibles realizaciones, o bien aplicando alguno de los métodos previos. Seguidamente, se simulan las variables no evidenciales, una a una, siguiendo un orden arbitrario de las variables y utilizando los valores anteriormente simulados de las demás variables.
Se simulan los nodos en un orden arbitrario.

## Pesos

El peso es la unidad.

## Distribución de simulación

$$h(x_1) = p(x_1|x \setminus x_1) \propto p(x_1)p(x_2|x_1)p(x_3|x_1),$$
$$h(x_2) = p(x_2|x \setminus x_2) \propto p(x_2|x_1)p(x_4|x_2)p(x_5|x_2, x_3),$$
$$h(x_5) = p(x_5|x \setminus x_5) \propto p(x_5|x_2, x_3),$$
$$h(x_6) = p(x_6|x \setminus x_6) \propto p(x_6|x_3).$$

1. Se asigna a las variables evidenciales sus valores: $x_3^1 = x_4^1 = 1$.

2. Se elige la realización inicial:

$$x^0 = (0, 1, 1, 1, 0, 1).$$

3. Se elige una ordenación arbitraria, por ejemplo, $\{X_1, X_2, X_5, X_6\}$.

4. Se simulan las variables no evidenciales.

   Variable $X_1$: De la Tabla y de $h(x_1)$:

$$\begin{aligned} p(X_1 = 0)p(X_2 = 1|X_1 = 0)p(X_3 = 1|X_1 = 0) \\ = 0.3 \times 0.6 \times 0.8 = 0.144, \\ p(X_1 = 1)p(X_2 = 1|X_1 = 1)p(X_3 = 1|X_1 = 1) \\ = 0.7 \times 0.9 \times 0.5 = 0.315. \end{aligned}$$

Universidad de Cantabria

## EJEMPLO DEL METODO DEL MUESTREO DE MARKOV

Normalizando las probabilidades dividiendo por su suma, $0.144 + 0.315 = 0.459$, se obtiene $p(X_1 = 0|x \setminus x_1) = 0.144/0.459 = 0.314$ y $p(X_1 = 1|x \setminus x_1) = 0.315/0.459 = 0.686$. Por tanto, se genera un valor para $X_1$ usando un generador de números aleatorios que devuelve 0 con probabilidad 0.314 y 1 con probabilidad 0.686. Supóngase que el valor obtenido es 0.

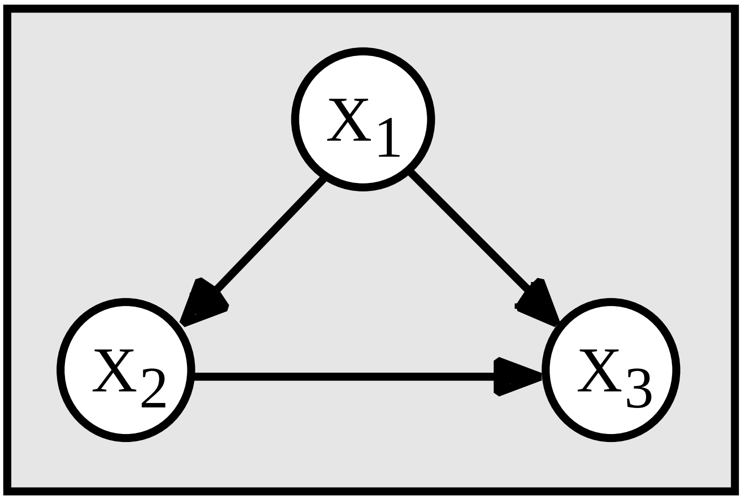
Variable $X_2$: Se obtiene

$$\begin{aligned} p(X_2 = 0|x \setminus x_2) &\propto 0.4 \times 0.3 \times 0.5 = 0.06, \\ p(X_2 = 1|x \setminus x_2) &\propto 0.6 \times 0.2 \times 0.2 = 0.024. \end{aligned}$$

Normalizando las probabilidades anteriores, se obtiene $p(X_2 = 0|x \setminus x_2) = 0.06/0.084 = 0.714$ y $p(X_2 = 1|x \setminus x_2) = 0.024/0.084 = 0.286$. Por ello, se genera un valor para $X_2$ a partir de esta distribución. Supóngase que $X_2 = 1$.

Las variables $X_5$ y $X_6$ se simulan de forma similar. Supóngase que $X_5 = 0$ y $X_6 = 1$. Por ello, la primera realización es $x^1 = (0, 1, 1, 1, 0, 1)$. Se repite la Etapa 2 para $N$ extracciones.

# METODO DEL MUESTREO SISTEMATICO




| $x_1$ | $p(x_1)$ |
|---|---|
| 0 | 0.4 |
| 1 | 0.6 |

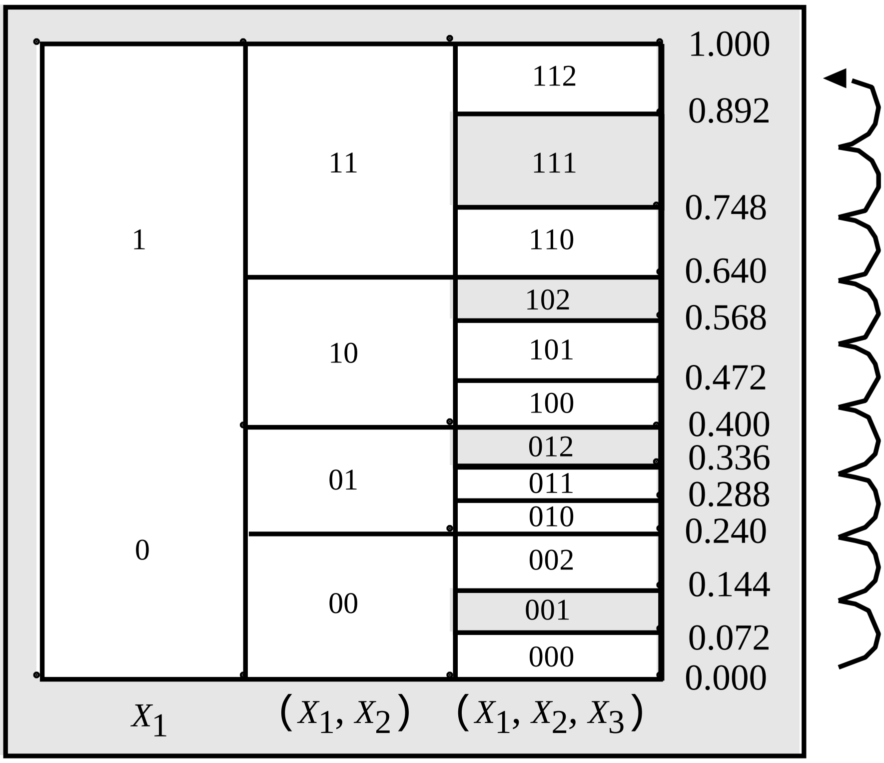
| $x_1$ | $x_2$ | $p(x_2\|x_1)$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0.6 |
| 0 | 1 | 0.4 |
| 1 | 0 | 0.4 |
| 1 | 1 | 0.6 |

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $p(x_3\|x_1, x_2)$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $p(x_3\|x_1, x_2)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0.3 | 1 | 0 | 0 | 0.3 |
| 0 | 0 | 1 | 0.3 | 1 | 0 | 1 | 0.4 |
| 0 | 0 | 2 | 0.4 | 1 | 0 | 2 | 0.3 |
| 0 | 1 | 0 | 0.3 | 1 | 1 | 0 | 0.3 |
| 0 | 1 | 1 | 0.3 | 1 | 1 | 1 | 0.4 |
| 0 | 1 | 2 | 0.4 | 1 | 1 | 2 | 0.3 |

Universidad de Cantabria

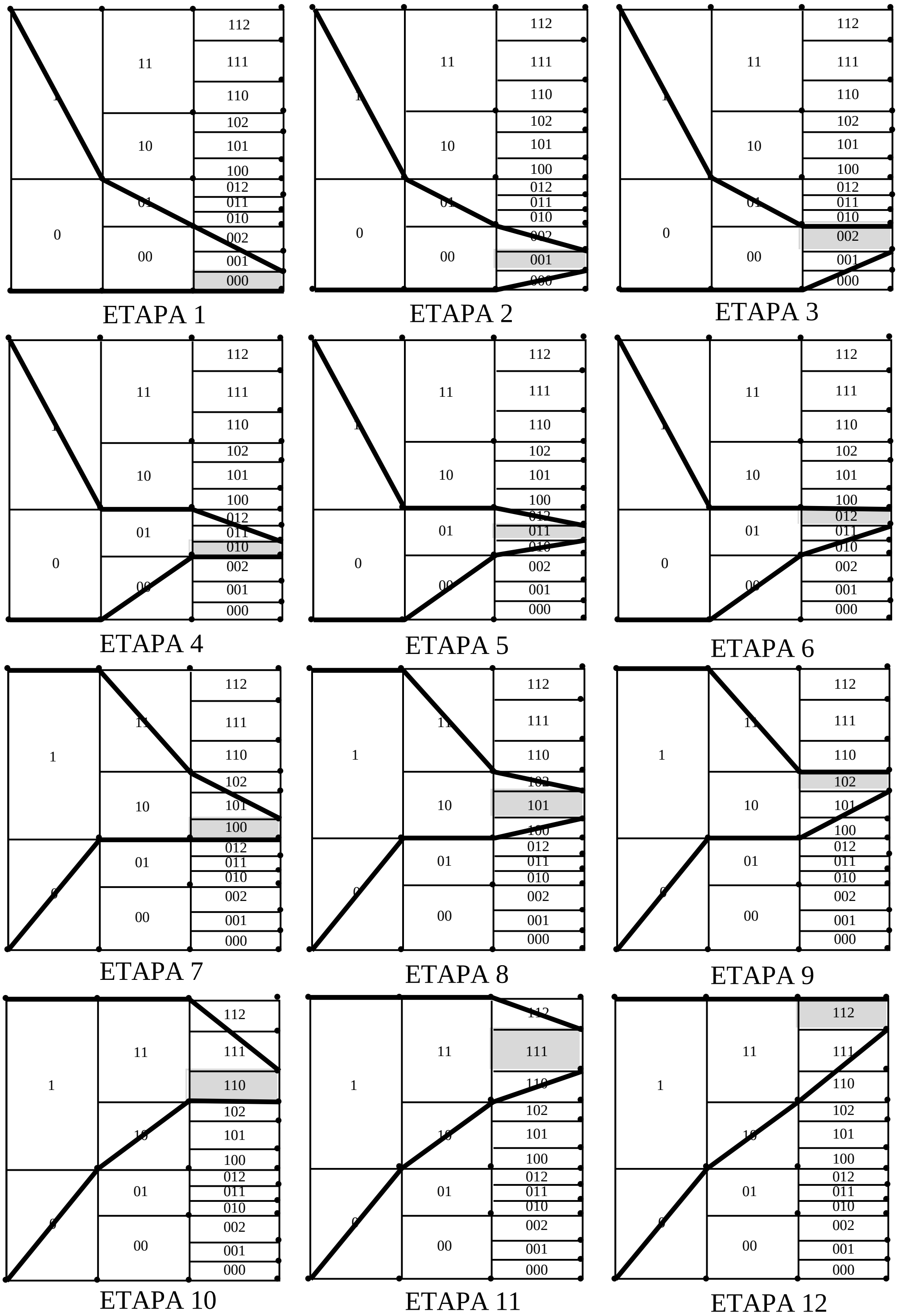
## MUESTREO SISTEMATICO

| Realización | Probabilidad | | Intervalo |
|---|---|---|---|
| $(x_1, x_2, x_3)$ | $p(x_1, x_2, x_3)$ | Acum. | $[l_i, u_i)$ |
| (0,0,0) | 0.072 | 0.072 | [0.000, 0.072) |
| (0,0,1) | 0.072 | 0.144 | [0.072, 0.144) |
| (0,0,2) | 0.096 | 0.240 | [0.144, 0.240) |
| (0,1,0) | 0.048 | 0.288 | [0.240, 0.288) |
| (0,1,1) | 0.048 | 0.336 | [0.288, 0.336) |
| (0,1,2) | 0.064 | 0.400 | [0.336, 0.400) |
| (1,0,0) | 0.072 | 0.472 | [0.400, 0.472) |
| (1,0,1) | 0.096 | 0.568 | [0.472, 0.568) |
| (1,0,2) | 0.072 | 0.640 | [0.568, 0.640) |
| (1,1,0) | 0.108 | 0.748 | [0.640, 0.748) |
| (1,1,1) | 0.144 | 0.892 | [0.748, 0.892) |
| (1,1,2) | 0.108 | 1.000 | [0.892, 1.000) |

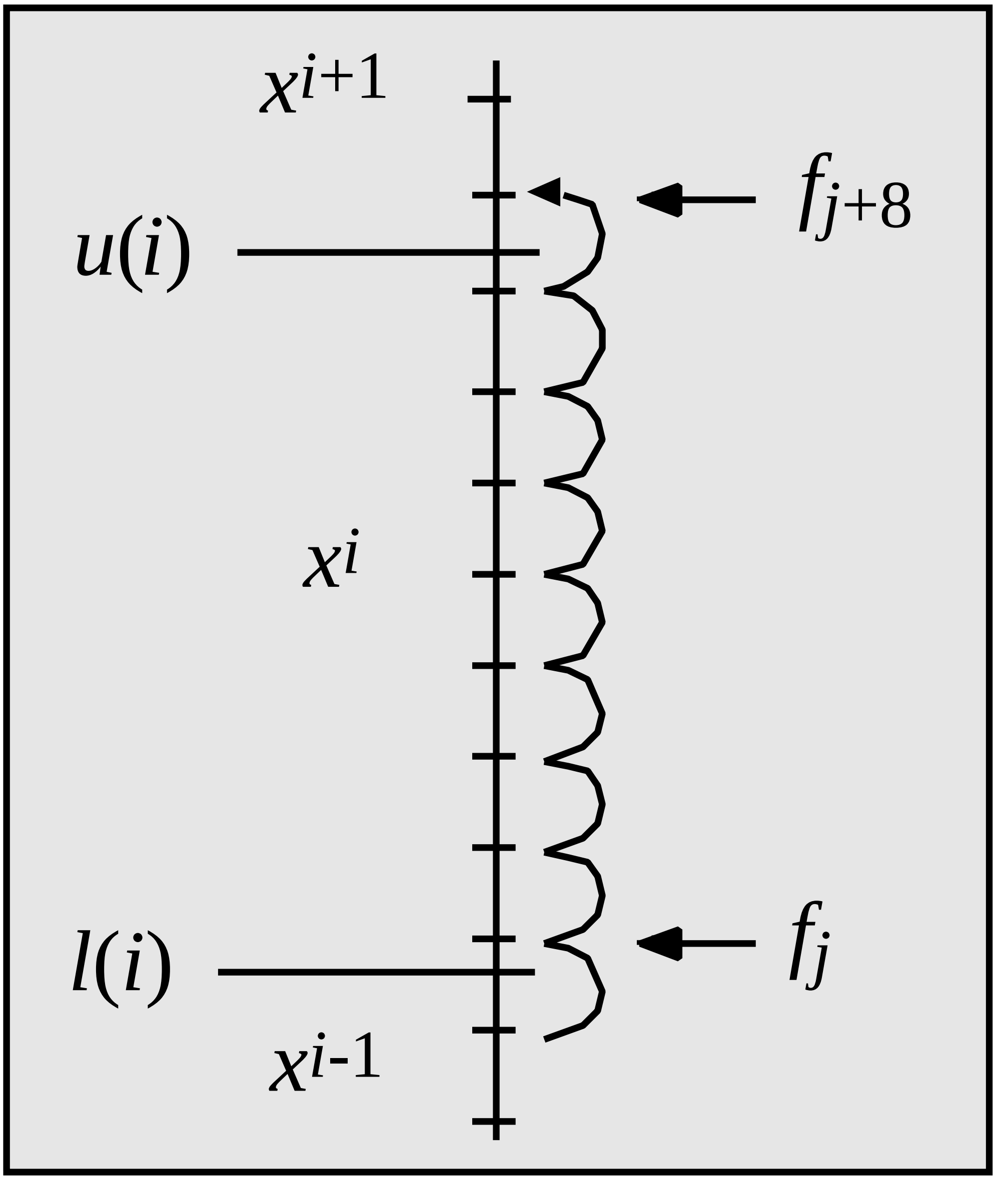


Universidad de Cantabria

# METODO DEL MUESTREO SISTEMATICO



## METODO DEL MUESTREO SISTEMATICO

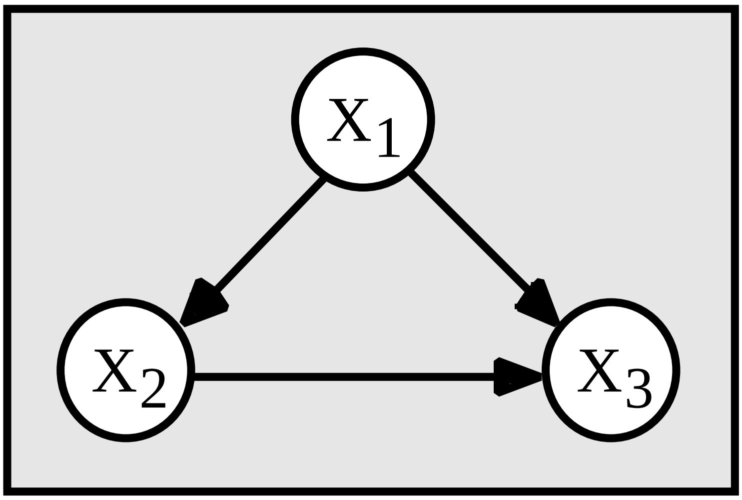



$$\delta = \left\lfloor \frac{u(n) - f_j}{N} \right\rfloor + 1,$$

Universidad de Cantabria

# METODO DE BUSQUEDA DE LA MAXIMA PROBABILIDAD

Considérese la red Bayesiana

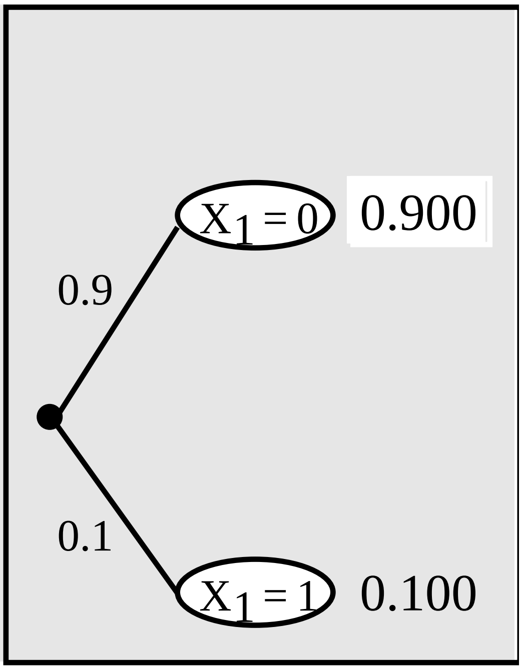



| $x_1$ | $p(x_1)$ |
|---|---|
| 0 | 0.9 |
| 1 | 0.1 |

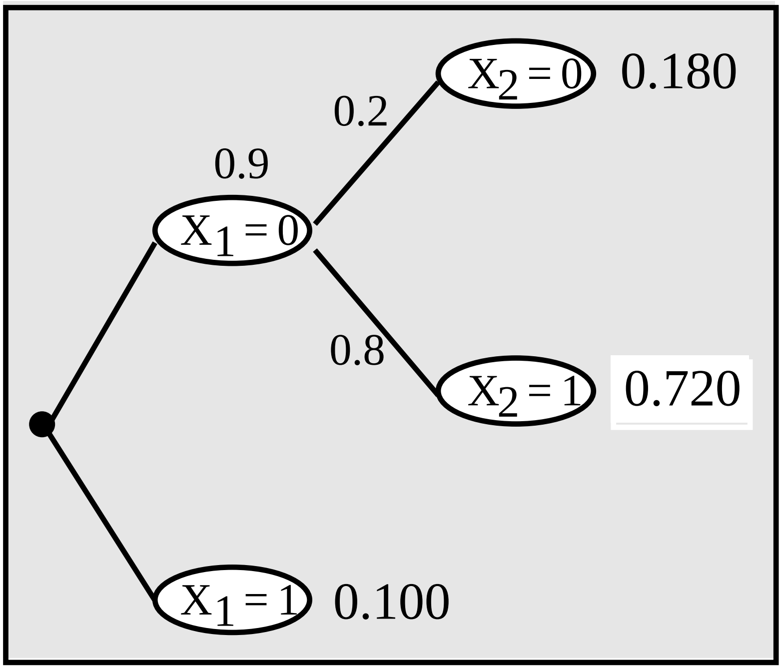
| $x_1$ | $x_2$ | $p(x_2\|x_1)$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0.2 |
| 0 | 1 | 0.8 |
| 1 | 0 | 0.1 |
| 1 | 1 | 0.9 |

| $p(X_3\|X_1, X_2)$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | |
| 0 | 0 | 0 | 0.2 | 1 | 0 | 0 | 0.3 |
| 0 | 0 | 1 | 0.2 | 1 | 0 | 1 | 0.4 |
| 0 | 0 | 2 | 0.6 | 1 | 0 | 2 | 0.3 |
| 0 | 1 | 0 | 0.8 | 1 | 1 | 0 | 0.7 |
| 0 | 1 | 1 | 0.1 | 1 | 1 | 1 | 0.1 |
| 0 | 1 | 2 | 0.1 | 1 | 1 | 2 | 0.2 |

## METODO DE BUSQUEDA DE LA MAXIMA PROBABILIDAD

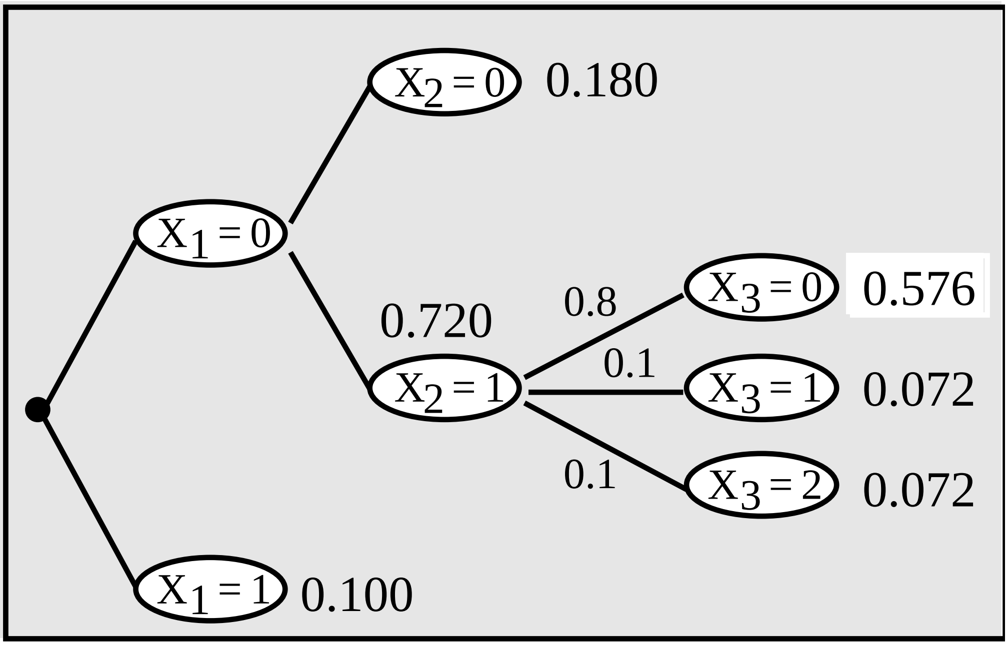



(a)

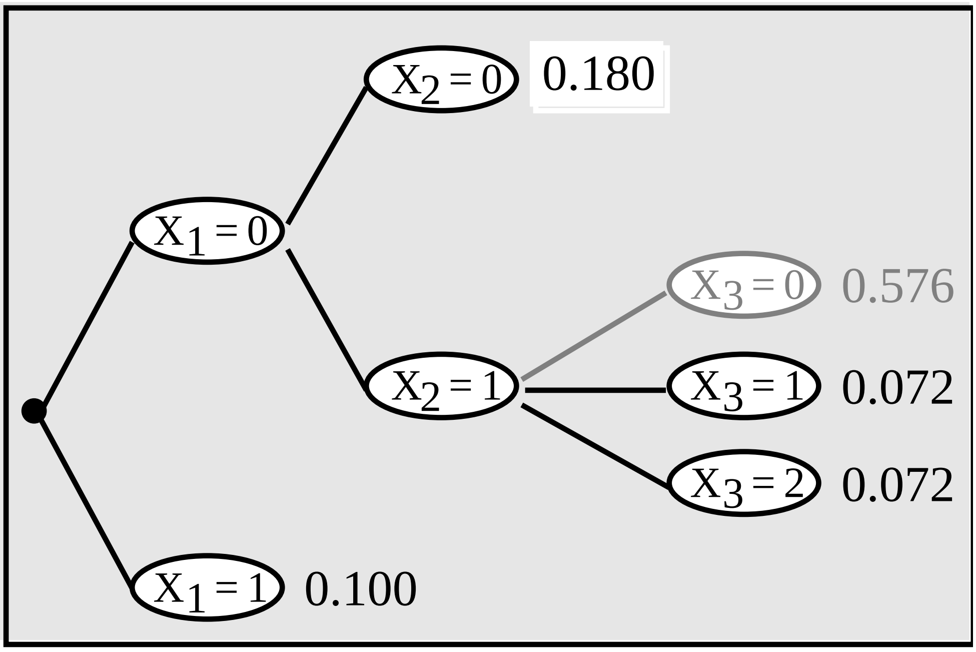



(b)

## METODO DE BUSQUEDA DE LA MAXIMA PROBABILIDAD

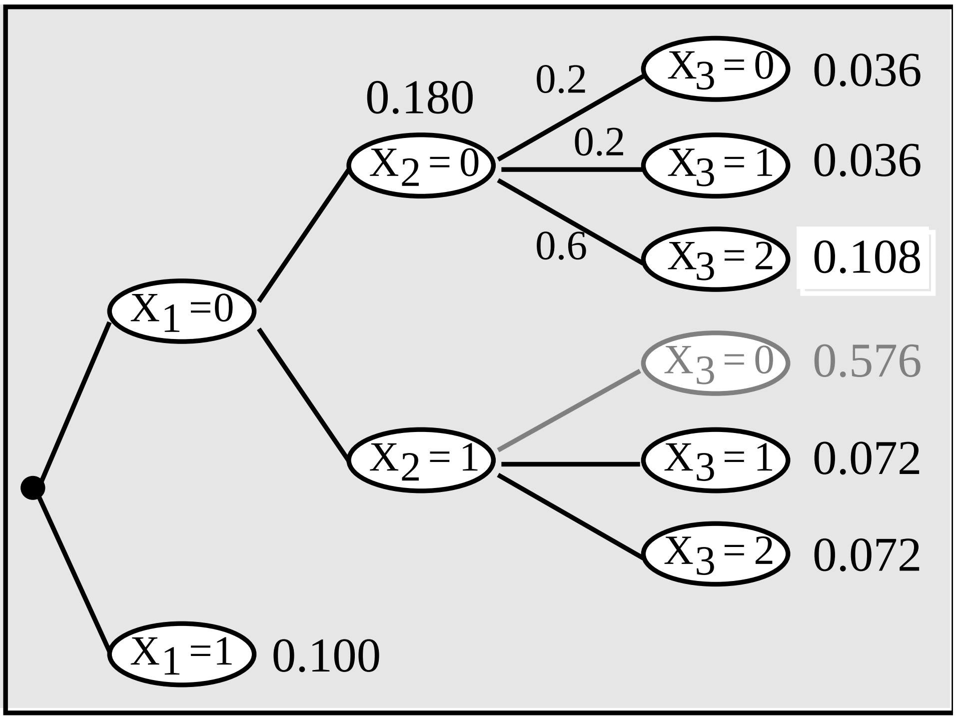



(a)

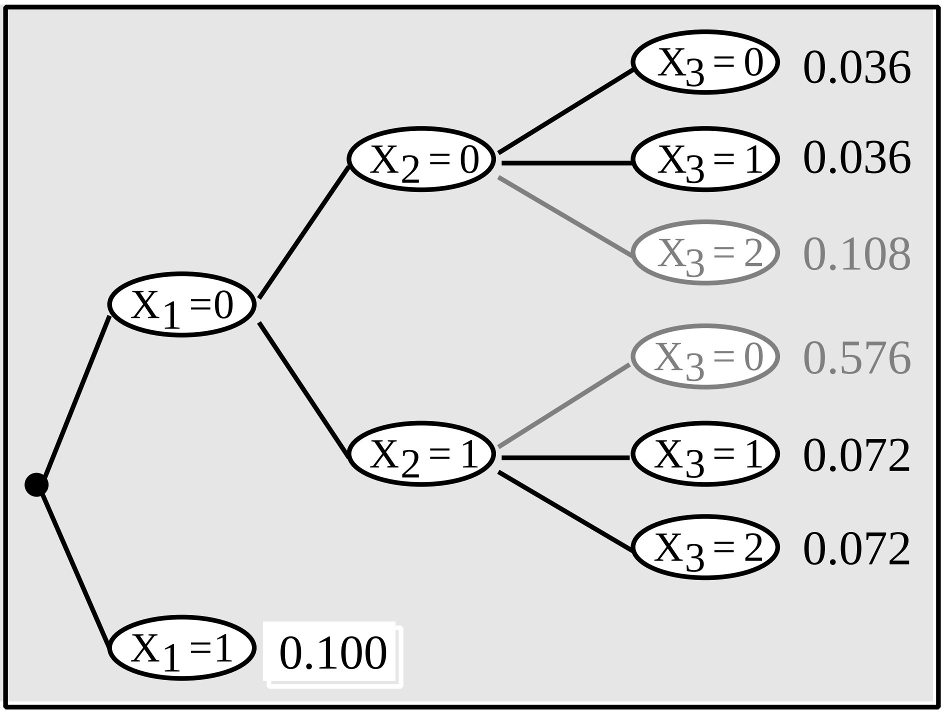



(b)

# METODO DE BUSQUEDA DE LA MAXIMA PROBABILIDAD

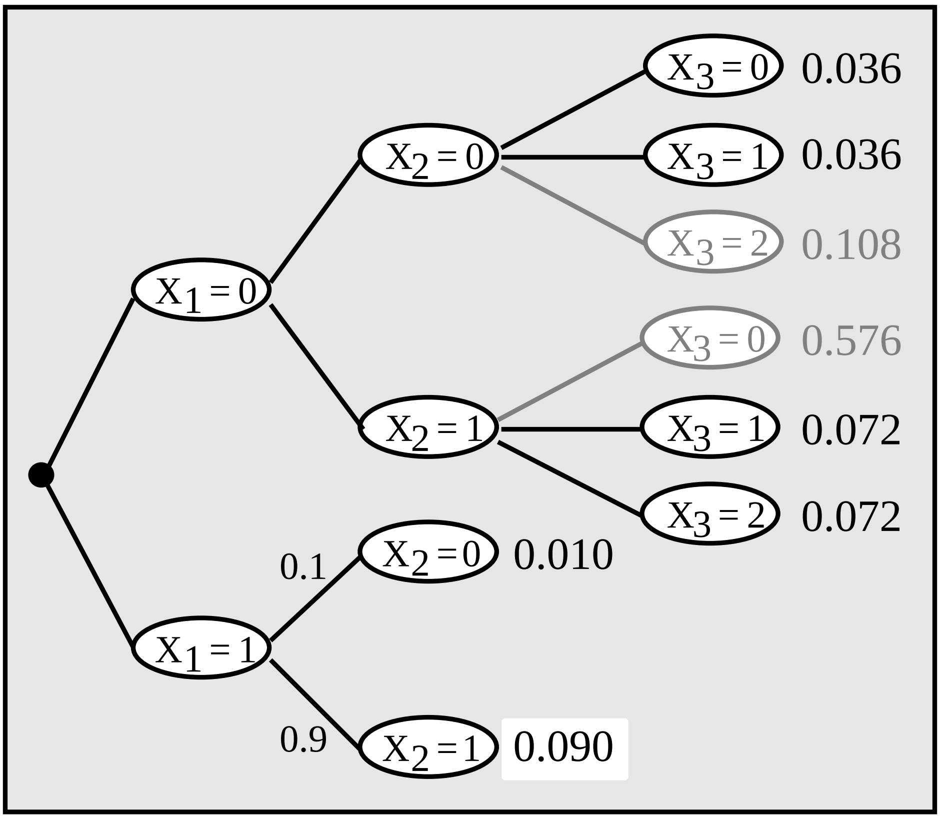



(a)



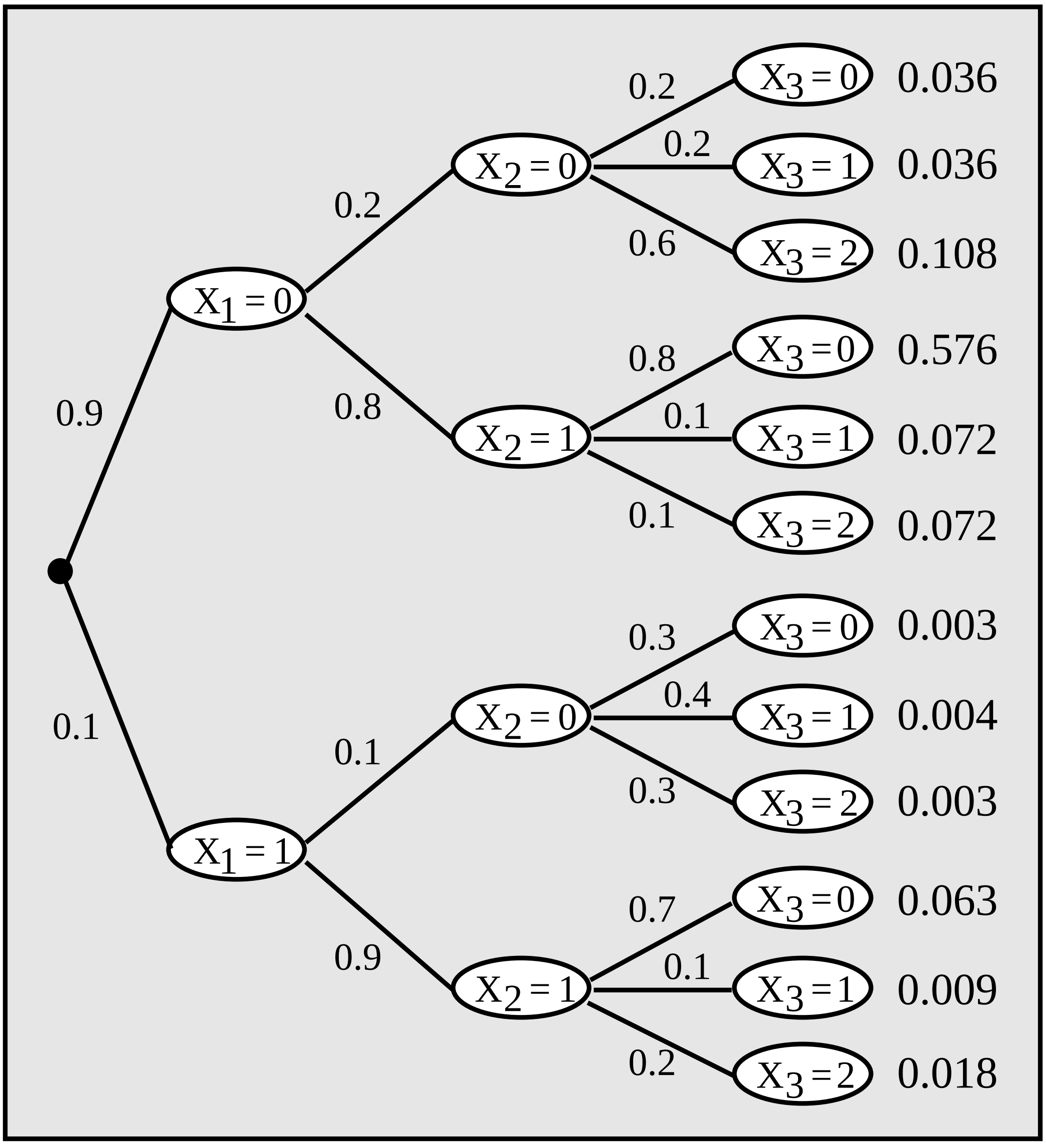

(b)

# METODO DE BUSQUEDA DE LA MAXIMA PROBABILIDAD

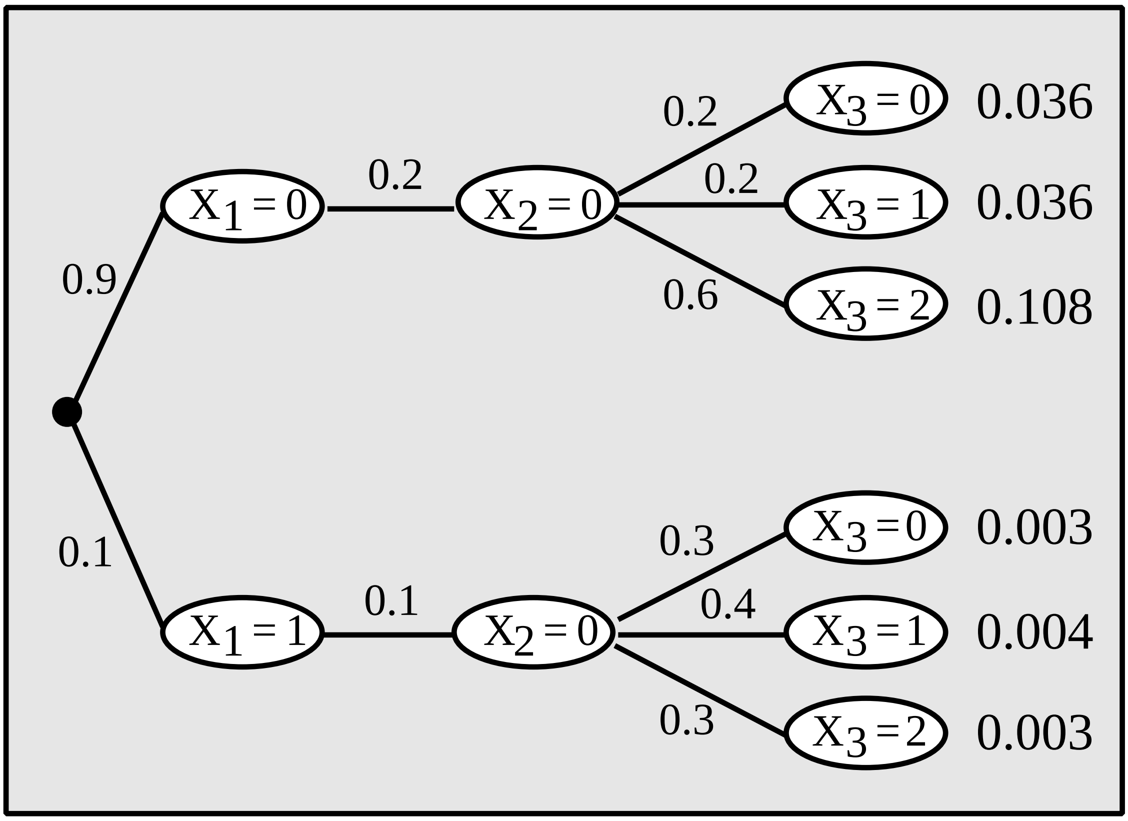


Universidad de Cantabria

## METODO DE BUSQUEDA DE LA MAXIMA PROBABILIDAD

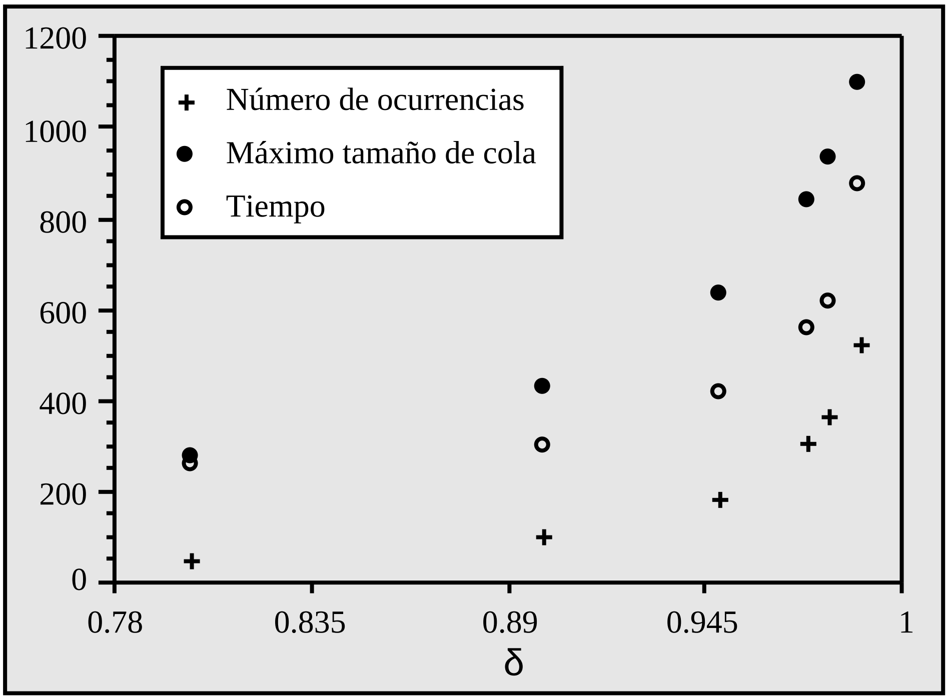


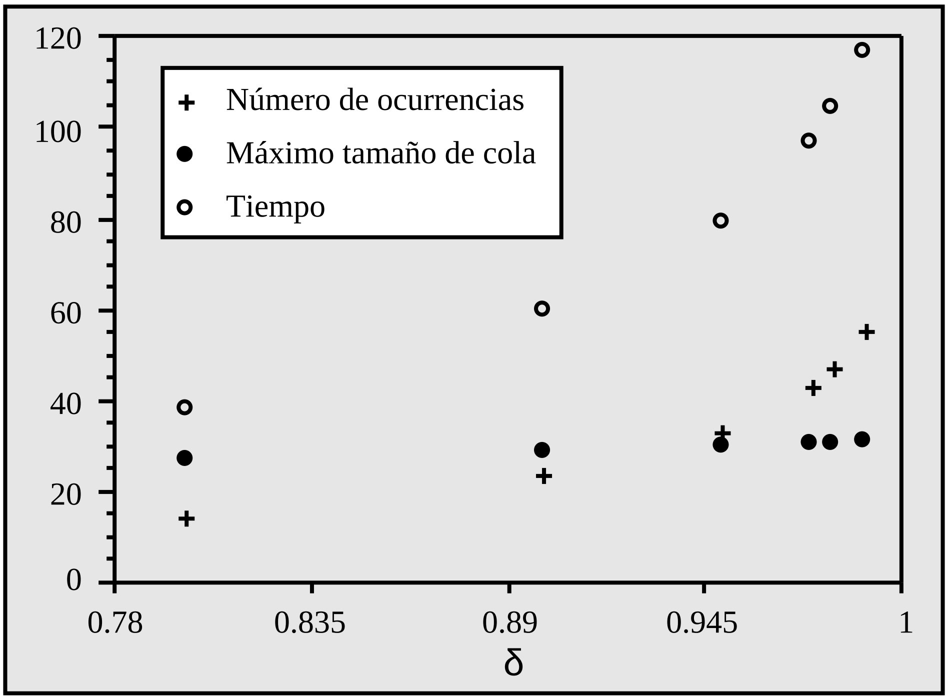
## Con evidencia



Universidad de Cantabria

# METODO DE BUSQUEDA DE LA MAXIMA PROBABILIDAD



## METODO DE BUSQUEDA DE LA MAXIMA PROBABILIDAD

### Aproximación Progresiva

| | | $p(x_1)$ | | $p(x_2)$ | | $p(x_3)$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^j$ | $p(x^j)$ | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 2 |
| $(0,1,0)$ | 0.576 | 1.000 | 0.000 | 0.000 | 1.000 | 1.000 | 0.000 | 0.000 |
| $(0,0,2)$ | 0.108 | 1.000 | 0.000 | 0.158 | 0.842 | 0.842 | 0.000 | 0.158 |
| $(0,1,2)$ | 0.072 | 1.000 | 0.000 | 0.143 | 0.857 | 0.762 | 0.000 | 0.238 |
| $(0,1,1)$ | 0.072 | 1.000 | 0.000 | 0.130 | 0.870 | 0.696 | 0.087 | 0.217 |
| $(1,1,0)$ | 0.063 | 0.929 | 0.071 | 0.121 | 0.879 | 0.717 | 0.081 | 0.202 |
| $(0,0,1)$ | 0.036 | 0.932 | 0.068 | 0.155 | 0.845 | 0.689 | 0.117 | 0.194 |
| $(0,0,0)$ | 0.036 | 0.935 | 0.065 | 0.187 | 0.813 | 0.701 | 0.112 | 0.187 |
| $(1,1,2)$ | 0.018 | 0.917 | 0.083 | 0.183 | 0.817 | 0.688 | 0.110 | 0.202 |
| $(1,1,1)$ | 0.009 | 0.909 | 0.091 | 0.182 | 0.818 | 0.682 | 0.118 | 0.200 |
| $(1,0,1)$ | 0.004 | 0.905 | 0.095 | 0.185 | 0.815 | 0.679 | 0.122 | 0.199 |
| $(1,0,2)$ | 0.003 | 0.903 | 0.097 | 0.188 | 0.812 | 0.677 | 0.121 | 0.202 |
| $(1,0,0)$ | 0.003 | 0.900 | 0.100 | 0.190 | 0.810 | 0.678 | 0.121 | 0.201 |

# METODO DE BUSQUEDA DE LA MAXIMA PROBABILIDAD

## Acotación Progresiva

| | | Etapa 1 | | Etapa 2 | | Etapas 3 y 4 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Marginal | Exacto | Inf. | Sup. | Inf. | Sup. | Inf. | Sup. |
| $X_1 = 0$ | 0.900 | 0.9 | 0.9 | – | – | – | – |
| $X_1 = 1$ | 0.100 | 0.1 | 0.1 | – | – | – | – |
| $X_2 = 0$ | 0.190 | 0.0 | 1.0 | 0.180 | 0.280 | 0.180 | 0.280 |
| $X_2 = 1$ | 0.810 | 0.0 | 1.0 | 0.720 | 0.820 | 0.720 | 0.820 |
| $X_3 = 0$ | 0.678 | 0.0 | 1.0 | 0.0 | 1.0 | 0.576 | 0.856 |
| $X_3 = 1$ | 0.121 | 0.0 | 1.0 | 0.0 | 1.0 | 0.072 | 0.352 |
| $X_3 = 2$ | 0.201 | 0.0 | 1.0 | 0.0 | 1.0 | 0.072 | 0.352 |

| | | Etapas 5 y 6 | | Etapa 7 | | Etapa 8 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Marginal | Exacto | Inf. | Sup. | Inf. | Sup. | Inf. | Sup. |
| $X_1 = 0$ | 0.900 | – | – | – | – | – | – |
| $X_1 = 1$ | 0.100 | – | – | – | – | – | – |
| $X_2 = 0$ | 0.190 | 0.180 | 0.280 | 0.190 | 0.190 | – | – |
| $X_2 = 1$ | 0.810 | 0.720 | 0.820 | 0.810 | 0.810 | – | – |
| $X_3 = 0$ | 0.678 | 0.612 | 0.712 | 0.612 | 0.712 | 0.675 | 0.685 |
| $X_3 = 1$ | 0.121 | 0.108 | 0.208 | 0.108 | 0.208 | 0.117 | 0.127 |
| $X_3 = 2$ | 0.201 | 0.180 | 0.280 | 0.180 | 0.280 | 0.198 | 0.208 |