

EJERCICIOS V TEORÍA DE CONJUNTOS.

Estos ejercicios son tomados de la página 65 del libro de Hajnal y Hamburger.

- (1) Demuestre que si ξ es un ordinal límite, entonces

$$\alpha \cdot \xi = \sup \{ \alpha \cdot \eta : \eta < \xi \} .$$

- (2) Demuestre que para cualesquiera números ordinales α y β existen números ordinales ξ y ϱ que están unívocamente determinados y tales que

$$\alpha = \beta \cdot \xi + \varrho .$$

Esta ecuación es una generalización de la división con resto para enteros positivos.

- (3) Demuestre que el hecho de que $\kappa^2 = \kappa$ para cualquier cardinal infinito κ implica el Axioma de Elección. (Sugerencia: Demuestre que asumiendo esa propiedad para cardinales se tiene que cualquier conjunto puede ser bien ordenado usando los ejercicios 6 y 7 de la página 65.)