

Segundo Examen Parcial de Cálculo I
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, UMSNH
Agosto 2015 - Enero 2016

Nombre completo: _____

Correo electrónico: _____

Instrucciones: Este examen consta de cuatro problemas. *En cada ejercicio se pide una demostración completa, pero no exageradamente detallada.* Use su buen juicio para decidir el nivel de detalle requerido. El tiempo para resolver este examen es de dos horas.

- (1) Use la definición de límite de sucesiones para demostrar que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 + n} \right) = 1/2$$

- (2) Considere la sucesión $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ donde $w_1 = 2$ y $w_{n+1} = \sqrt{2w_n - 1}$, para cada $n \in \mathbb{N}$.
- (a) Demuestre que esta sucesión está acotada inferiormente.
 - (b) Demuestre que esta sucesión es decreciente.
 - (c) Si la sucesión tiene límite, encuéntralo. Si la sucesión no tiene límite, exponga algunas razones por las que así es.
- (3) Supóngase que $0 < x \leq y$ y encuentre

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x^n + y^n}{6} \right)^{1/n}.$$

- (4) Demuestre que la sucesión $(\frac{n!}{N^n})_{n \in \mathbb{N}}$ es una sucesión que converge a cero. (Sugerencia: Use el hecho de que para $1 < k \leq n$ se tiene que $k/n \leq 1$.)