

**Segundo Examen Parcial de Cálculo I**  
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, UMSNH  
Agosto 2015 - Enero 2016

Nombre completo: \_\_\_\_\_

Correo electrónico: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Este examen consta de cuatro problemas. *En cada ejercicio se pide una demostración completa, pero no exageradamente detallada.* Use su buen juicio para decidir el nivel de detalle requerido. El tiempo para resolver este examen es de dos horas.

- (1) Use la definición de límite de sucesiones para demostrar que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 + n} \right) = 1/2$$

- (2) Considere la sucesión  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  donde  $w_1 = 2$  y  $w_{n+1} = \sqrt{2w_n - 1}$ , para cada  $n \in \mathbb{N}$ .
- (a) Demuestre que esta sucesión está acotada inferiormente.
  - (b) Demuestre que esta sucesión es decreciente.
  - (c) Si la sucesión tiene límite, encuéntralo. Si la sucesión no tiene límite, exponga algunas razones por las que así es.
- (3) Supóngase que  $0 < x \leq y$  y encuentre

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{x^n + y^n}{6} \right)^{1/n}.$$

- (4) Demuestre que la sucesión  $(\frac{n!}{N^n})_{n \in \mathbb{N}}$  es una sucesión que converge a cero. (Sugerencia: Use el hecho de que para  $1 < k \leq n$  se tiene que  $k/n \leq 1$ .)