

Primer Examen Parcial de Cálculo I
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, UMSNH
Agosto 2015 - Enero 2016

Nombre completo: _____

Correo electrónico: _____

Instrucciones: Este examen consta de cinco problemas. *En cada ejercicio se pide una demostración completa, pero no exageradamente detallada.* Use su buen juicio para decidir el nivel de detalle requerido. El tiempo para resolver este examen es de dos horas.

- (1) ¿Es inductivo el conjunto $J = \{x \in \mathbb{R} : -8x - 84 < x^2 - 10x\}$.
- (2) Demuestre por inducción sobre $n \in \mathbb{N}$ que si $r \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$, entonces

$$1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^n = \frac{1 - r^{n+1}}{1 - r}.$$

- (3) Si a es un número racional y b es un número irracional, ¿es necesariamente $a + b$ un número irracional? ¿Y si ambos, a y b , son irracionales?

- (4) Sean $A, B \subseteq \mathbb{R}$, no vacíos y acotados superiormente. Sea

$$S = \{x \in \mathbb{R} : (\exists a \in A) (\exists b \in B) (x = a + b)\}.$$

Demuestre que $\sup S$ existe y que $\sup S = \sup A + \sup B$.

- (5) Considere la función real

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 1}}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}.$$

¿Cuál es el dominio máximo de esta función?