

**Primer Examen Parcial de Cálculo I**  
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, UMSNH  
Agosto 2015 - Enero 2016

Nombre completo: \_\_\_\_\_

Correo electrónico: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Este examen consta de cinco problemas. *En cada ejercicio se pide una demostración completa, pero no exageradamente detallada.* Use su buen juicio para decidir el nivel de detalle requerido. El tiempo para resolver este examen es de dos horas.

- (1) ¿Es inductivo el conjunto  $J = \{x \in \mathbb{R} : -8x - 84 < x^2 - 10x\}$ .
- (2) Demuestre por inducción sobre  $n \in \mathbb{N}$  que si  $r \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ , entonces

$$1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^n = \frac{1 - r^{n+1}}{1 - r}.$$

- (3) Si  $a$  es un número racional y  $b$  es un número irracional, ¿es necesariamente  $a + b$  un número irracional? ¿Y si ambos,  $a$  y  $b$ , son irracionales?

- (4) Sean  $A, B \subseteq \mathbb{R}$ , no vacíos y acotados superiormente. Sea

$$S = \{x \in \mathbb{R} : (\exists a \in A) (\exists b \in B) (x = a + b)\}.$$

Demuestre que  $\sup S$  existe y que  $\sup S = \sup A + \sup B$ .

- (5) Considere la función real

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 1}}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}.$$

¿Cuál es el dominio máximo de esta función?